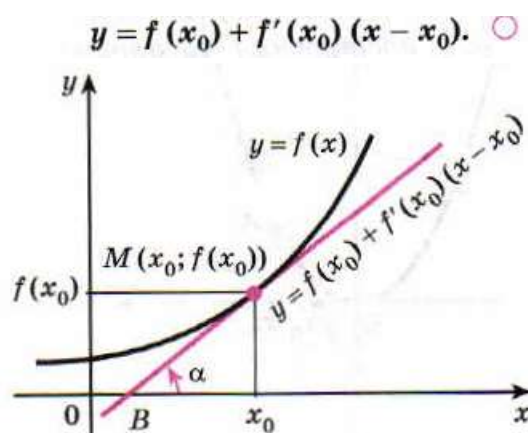


Тема: «Уравнение касательной.»

геометрический смысл производной: если к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 проведена касательная, то коэффициент наклона касательной (равный тангенсу угла между касательной и положительным направлением оси Ox) равен производной функции в точке x_0 .

$$k = \operatorname{tg} \alpha = f'(x).$$

Уравнение касательной к графику функции $y = f(x)$



Написать уравнение касательной к графику

функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3$ в точке $x_0 = 1$.

а) Найдем значение функции в точке $x_0 = 1$.

$$f(1) = 1^3 - 2 \times 1^2 + 3 = 2$$

б) Найдем значение производной в точке $x_0 = 1$. Сначала найдем производную функции $y = f(x)$

$$f'(x) = 3x^2 - 4x$$

$$f'(1) = 3 \times 1^2 - 4 \times 1 = -1$$

Подставим найденные значения в уравнение касательной:

$$y = 2 + (-1)(x - 1)$$

Раскроем скобки в правой части уравнения. Получим: $y = -x + 3$

Ответ: $y = -x + 3$.

Задания:

Написать уравнение касательной к графику функции в точке с абсциссой x_0 :

1) $y = x^2 - 2x$, $x_0 = 3$; 2) $y = x^3 + 3x$, $x_0 = 3$;

3) $y = \sin x$, $x_0 = \frac{\pi}{6}$; 4) $y = \cos x$, $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

Тема: «Физический смысл производной»

Представим себе, что мы едем на автомобиле по прямолинейному шоссе, при этом спидометр все время показывает одно и то же - 100 км/ч. Если мы ехали так в течение двух часов, то мы проехали 200км. Такие задачи даются и решаются в начальной школе. Скорость постоянна, и можно пользоваться формулой $S=vt$. Кроме того, если дан путь пройденный автомобилем, и время за которое он этот путь проехал, то можно найти среднюю скорость автомобиля на этом пути все по той же формуле: $S=vt \rightarrow v=S/t$.

Отметим, что спидометр показывает разные скорости. В начале и в конце движения скорость меньше, большая скорость на прямолинейных участках, где автомобилю ничего не мешает.

Что же такое мгновенная скорость? Мы должны узнать скорость в данный момент, то есть на очень маленьком промежутке пути. Здесь используем понятие производной.

Пусть тело движется прямолинейно и пройденный им путь есть функция от времени: $S=f(t)$. Тогда **мгновенной скоростью** $v(t)$ или просто **скоростью в момент времени t** назовем производную от пути $S(t)$ по времени t : где $S(м)$ – путь, $v(м/с)$ - скорость, $a(м/с^2)$ – ускорение, $t(с)$ – время.

То есть: **$v(t) = s'(t)$, $a(t) = v'(t)$**

Пример 1 Пусть прямолинейное движение точки для положительных значений t происходит по закону $S(t) = 2t^3 - 3t^2 + 72t + 34$.

Определить момент, при котором скорость движения точки равна 0.

Находим скорость точки $v(t) = S'(t) = 6t^2 - 6t + 72$.

Приравняв ее нулю, получаем квадратное уравнение: $6t^2 - 6t + 72 = 0 \rightarrow t^2 - t + 12 = 0$. Его корни $t_1 = -3; t_2 = 4$. Поскольку t по условию положительно, то оставляем положительный корень: $t = 4$.

Ответ: 4с.

Задания:

- 267.— Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 2t^2 + 5t$. а) Выведите формулу для вычисления скорости движения в любой момент времени t . б) Найдите скорость в момент $t = 2$ с. (Перемещение измеряется в метрах.) в) Через сколько секунд после начала движения точка остановится?
- 268.— Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = t^3 - 4t^2$. Найдите скорость и ускорение в момент $t = 5$ с. (Перемещение измеряется в метрах.)

Из физики : второй закон Ньютона $F = m a$, $E_{\text{кин.}} = m v^2/2$.

- 274.— Найдите силу F , действующую на материальную точку с массой m , движущуюся прямолинейно по закону $x(t) = 2t^3 - t^2$ при $t = 2$.
- 275.— Тело массой 2 кг движется прямолинейно по закону $x(t) = t^2 + t + 1$. Координата x измеряется в сантиметрах, время t — в секундах. Найдите: а) действующую силу; б) кинетическую энергию E тела через 2 с после начала движения.

Правила

- $(f'(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ - Производная суммы равна сумме производных.
- $(c \cdot f(x))' = c \cdot f'(x)$ - Постоянный множитель можно вынести за знак производной.
- $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$ - Производная произведения.
- $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$ Производная частного

Формулы дифференцирования

- | | |
|--------------------|---|
| 1. $C' = 0$ | 11. $(\sin x)' = \cos x$ |
| 2. $(x)' = 1$ | 12. $(\cos x)' = -\sin x$ |
| 3. $(x^2)' = 2x$ | 13. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ |
| 4. $(x^3)' = 3x^2$ | |

$$5. (x^p)' = p x^{p-1}$$

$$6. (e^x)' = e^x$$

$$7. (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$8. \left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}$$

$$9. (kx+b)' = k$$

$$10. (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$14. (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$15. (a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$16. (\log x)' = \frac{1}{x \cdot \ln x}$$

$$17. f(g(x))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$18. f'(kx+b) = k \cdot f'(kx+b)$$